

**UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH MALANG**  
**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN**  
**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA**

**LATIHAN SOAL UNTUK RELASI DAN FUNGSI**

1. Diketahui himpunan  $A$  dan  $B$  seperti di bawah ini. Tentukan  $A \times B$ .
  - a.  $A = \{1,2,3,4, \dots, 10\}$  dan  $B = \{a, b, c, d\}$ .
  - b.  $A = \{\spadesuit, \heartsuit, \diamondsuit, \clubsuit, o\}$  dan  $B = \{1,2,3,4\}$ .
  - c.  $A = \{2,4,6,8,10\}$  dan  $B = \{1,3,5,7,9\}$ .
2. Pada soal nomor 1.a di atas tentukan relasi “R1” yang menyatakan bawa relasi dari  $A$  ke  $B$  dengan unsur pertamanya 1 atau unsur keduanya c.
3. Pada soal nomor satu 1b, tentukan relasi “R2” yang menyatakan relasi dari  $A$  ke  $B$  dengan unsur keduanya kurang dari 3.
4. Relasi  $R$  pada himpunan  $\{0,1,2,3,4,5,6\}$  dengan  $(x, y) \in R$  jika dan hanya jika:
  - a.  $x + y < 7$ .
  - b.  $x + y$  kelipatan 3.
  - c.  $2x - y \geq 5$ .
5. Misal  $A = \{0,2,4,6, \dots\}$ . Berikan minimal sebuah contoh relasi pada  $A$  yang:
  - a. Simetrik dan refleksif namun tidak transitif.
  - b. Refleksif dan transitif tetapi tidak simetrik.
  - c. Refleksif, Simetri dan transitif.
6. Selidiki apakah relasi  $F$  pada himpunan bilangan riil  $\mathbf{R}$  berikut refleksif, simetrik, antisimetrik atau transitif. Unsur  $(x, y) \in F$  jika dan hanya jika
  - a.  $x + y > 1$
  - b.  $x = 2y + 1$
  - c.  $x = y$  (modulo 3)
7. Selidiki apakah relasi  $R$  yang didefinisikan pada bilangan bulat yaitu  $(x, y) \in R$  jika  $x - y$  dapat dibagi dengan 5, merupakan relasi ekivalen pada himpunan bilangan bulat.

8. **Relasi invers.** Misal  $R$  adalah sebuah relasi dari himpunan  $A$  ke  $B$ . Sebuah relasi invers dari  $R$ , dinotasikan dengan  $R^{-1}$  adalah sebuah relasi dari  $B$  ke  $A$  yang didefinisikan dengan  $bRa$  jika dan hanya jika  $aRb$  untuk semua  $(a, b) \in R$  dengan  $a \in A, b \in B$ .

**Contoh.** Misal  $A = \{1,2,3,4\}$  dan  $B = \{a, b, c\}$

Jika  $R = \{(1, a), (1, c), (2, b), (3, c), (4, a), (4, b), (4, c)\}$  maka

$$R^{-1} = \{(a, 1), (c, 1), (b, 2), (c, 3), (a, 4), (b, 4), (c, 4)\}.$$

Tentukan  $R^{-1}$  untuk  $R$  di bawah ini.

- $R = \{(1, a), (1, b), (2, b), (2, c), (3, b), (3, c), (4, a), (4, b), (4, c)\}.$
  - $R = \{(1, c), (2, a), (3, a), (3, b), (3, c), (4, a), (4, b), (4, c)\}.$
  - $R = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, c), (4, a), (4, b)\}.$
9. Diketahui  $R$  adalah relasi pada himpunan bilangan bulat  $Z$ . Tentukan  $R^{-1}$  bila diketahui relasi  $R$ -nya sebagai berikut.
- $R = \{(x, y) | x - y > 0\}.$
  - $R = \{(x, y) | x + y = 1\}.$
  - $R = \{(x, y) | x \equiv 8 \pmod{5}\}.$
10. Misal  $P$  dan  $Q$  merupakan relasi pada himpunan  $A$ .
- Jika  $P$  bersifat refleksif maka  $P^{-1}$  juga refleksif.
  - Jika  $P$  dan  $Q$  bersifat refleksif, selidiki apakah  $P \cap Q$  dan  $P \cup Q$  juga refleksif ?.
  - Jika  $P$  simetrik selidiki apakah  $P^{-1}$  juga simetrik?
  - Jika  $P$  dan  $Q$  bersifat simetrik, selidiki apakah  $P \cap Q$  dan  $P \cup Q$  juga simetrik.
11. Selidiki apakah relasi berikut merupakan fungsi.
- Relasi  $\{(2,2), (3,2), (1,2), (3,0)\}$  dengan domain  $\{1,2,3\}$ .
  - Relasi  $\{(4, a), (2, a), (3, c), (1, d)\}$  dengan domain  $\{1,2,3,4\}$ .
  - Relasi  $\{(x, y) | x = 2y + 1, x, y \text{ di } Z\}$ .
  - Relasi  $\{(x, y) | x^2 = y^2, \text{ untuk } x, y \text{ bilangan riil}\}$ .

## 12. Fungsi Floor dan Ceiling.

Misalkan  $x$  adalah sebuah bilangan riil. *Fungsi lantai (floor)* yang dinotasikan dengan  $\lfloor \ ]$  terdefinisi pada domain dan kodomain himpunan bilangan riil,  $\lfloor \ ]: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  dengan  $\lfloor x \rfloor$  didefinisikan sebagai bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan  $x$ . Secara matematis hal ini bisa dituliskan sebagai:  $\lfloor x \rfloor = n$ , jika dan hanya jika  $n \leq x < n + 1$ , suatu bilangan bulat  $n$ . Fungsi lantai ini sering juga disebut fungsi bilangan bulat terbesar. Sebagai contoh:  $\lfloor 4,7 \rfloor = 4$ ,  $\lfloor -5,5 \rfloor = -6$ ,  $\lfloor 7 \rfloor = 7$ .

Ada satu fungsi lagi yang serupa dengan fungsi lantai yaitu *fungsi atap (ceiling)* yang dinotasikan dengan  $\lceil \ ]$ . Fungsi ini memiliki domain dan kodomain adalah bilangan juga bilangan riil,  $\lceil \ ]: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , dengan  $\lceil x \rceil$  menyatakan bilangan bulat terkecil yang lebih dari

atau sama dengan  $x$ . Dengan demikian  $[x] = n$ , jika dan hanya jika  $n - 1 < x \leq n$ , untuk suatu bilangan bulat  $n$ . Sebagai contoh  $[4,7] = 5$ ,  $[-5,5] = -5$ ,  $[7] = 7$ .

- a. Tentukan:  $[4,5]$ ,  $[-4,5]$ ,  $[3,4^2]$ ,  $[4,5]$ ,  $[-4,5]$ ,  $[-4,5]$ ,  $[3,4^2]$ .
- b. Tentukan daerah hasil dari fungsi floor dan fungsi ceiling.
- c. Tentukan  $x$  sehingga  $||x|| \leq 3$ .
- d. Selidiki apakah  $[x + 1] = [x] + 1$  benar?
- e. Selidikiki juga apakah benar bahwa  $[x + 1] = [x] + 1$ .
- f. Untuk sembarang bilangan real  $a$  apakah benar bahwa  $[ax] = a[x]$ , begitu juga dengan

13. Tentukan domain dan daerah hasil dari persamaan di bawah ini.

- a.  $y = 2x + 5$ .
- b.  $2y + 4x = 8$ .
- c.  $y^2 - 4x = 6$ .
- d.  $y^2 + x^2 = 16$ .

14. Selidiki manakah apakah fungsi-fungsi di bawah ini satu-satu, onto atau keduanya.

- a.  $f(x) = 2x - 7$ .
- b.  $g(x) = x^2 - 4x + 3$ .
- c.  $h(x) = \begin{cases} 2x, & \text{untuk } x > 0 \\ x^2, & \text{untuk } x \leq 0. \end{cases}$
- d.  $m(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \geq 0, \\ 2x, & \text{untuk } x < 0. \end{cases}$

**Yus Mochamad Cholily**